

ΘΕΩΡΙΑ & ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**Μάθημα Α.2.3 «Σύγκριση Κλασμάτων» (σελίδα 41)**

- Από δύο ομώνυμα κλάσματα, εκείνο που έχει τον μεγαλύτερο αριθμητή είναι μεγαλύτερο.

$$\text{▪ Αν } \frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma} \text{ τότε } \alpha > \beta \quad \text{π.χ. } \frac{3}{5} > \frac{2}{5} \text{ γιατί } 3 > 2$$

και αντίστροφα

$$\text{▪ Αν } \alpha > \beta \text{ τότε } \frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma} \quad \text{π.χ. } 3 > 2 \text{ άρα } \frac{3}{5} > \frac{2}{5}$$

- Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρονομαστή.

$$\text{▪ Αν } \frac{\gamma}{\alpha} > \frac{\gamma}{\beta} \text{ τότε } \alpha < \beta \quad \text{π.χ. } \frac{5}{2} > \frac{5}{3} \text{ γιατί } 2 < 3$$

και αντίστροφα

$$\text{▪ Αν } \alpha < \beta \text{ τότε } \frac{\gamma}{\alpha} > \frac{\gamma}{\beta} \quad \text{π.χ. } 2 < 3 \text{ άρα } \frac{5}{2} > \frac{5}{3}$$

- Για να συγκρίνουμε δύο ετερόνυμα, τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και συγκρίνουμε τους αριθμητές τους.

$$\text{π.χ. } \frac{6}{7} < \frac{7}{8}$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \frac{8}{6} < \frac{7}{7} \\ \uparrow \\ \frac{48}{56} < \frac{49}{56} \end{array}$$

βρίσκουμε το ΕΚΠ(7,8)=56 και κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα

$$\frac{48}{56} < \frac{49}{56}$$

συγκρίνουμε τα ομώνυμα κλάσματα

- Ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο της μονάδας όταν ο αριθμητής του είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή του και αντίστροφα.

- Αν $\frac{\alpha}{\beta} > 1$ τότε $\alpha > \beta$ π.χ. $\frac{3}{2} > 1$ γιατί $3 > 2$

και αντίστροφα

- Αν $\alpha > \beta$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} > 1$ π.χ. $3 > 2$ άρα $\frac{3}{2} > 1$

- Ένα κλάσμα είναι μικρότερο της μονάδας όταν ο αριθμητής του είναι μικρότερος από τον παρονομαστή του και αντίστροφα.

- Αν $\frac{\alpha}{\beta} < 1$ τότε $\alpha < \beta$ π.χ. $\frac{2}{3} < 1$ γιατί $2 < 3$

και αντίστροφα

- Αν $\alpha < \beta$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} < 1$ π.χ. $2 < 3$ άρα $\frac{2}{3} < 1$

- Ένα κλάσμα είναι ίσο με τη μονάδα όταν ο αριθμητής του είναι ίσος με τον παρονομαστή του και αντίστροφα.

- Αν $\frac{\alpha}{\beta} = 1$ τότε $\alpha = \beta$ π.χ. $\frac{3}{3} = 1$ γιατί $3 = 3$

και αντίστροφα

- Αν $\alpha = \beta$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} = 1$ π.χ. $2 = 2$ άρα $\frac{2}{2} = 1$

Ασκήσεις

1. Να συγκρίνετε τα κλάσματα βάζοντας τα σύμβολα $<$ ή $>$ ή $=$ στα κενά.

α) $\frac{2}{3} \dots 1$

β) $1 \dots \frac{1001}{1000}$

γ) $\frac{13}{7} \dots \frac{15}{7}$

δ) $\frac{7}{8} \dots \frac{5}{6}$

ε) $\frac{101}{12} \dots \frac{101}{13}$

στ) $\frac{51}{51} \dots \frac{49}{49}$

ζ) $\frac{99}{98} \dots \frac{98}{99}$

η) $\frac{\alpha+1}{\alpha} \dots 1$

2. Βάλε σε αύξουσα σειρά τα κλάσματα : $\frac{14}{15}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$

Μάθημα Α.2.4 «Πρόσθεση & Αφαίρεση Κλασμάτων» (σελίδα 44)

- Για να προσθέσουμε δύο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα προσθέτουμε τους αριθμητές τους αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.

$$\blacksquare \frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha + \beta}{\gamma} \quad \text{π.χ.} \quad \frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$$

- Για να αφαιρέσουμε δύο ομώνυμα κλάσματα αφαιρούμε τους αριθμητές τους αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.

$$\blacksquare \frac{\alpha}{\gamma} - \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha - \beta}{\gamma} \quad \text{π.χ.} \quad \frac{3}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3-2}{7} = \frac{1}{7}$$

- Για να αφαιρέσουμε ή να προσθέσουμε δύο ετερόνυμα κλάσματα , τα κάνουμε ομώνυμα και μετά αφαιρούμε ή προσθέτουμε τους αριθμητές τους αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.

$$\text{π.χ. } \frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{\overset{2}{5}}{6} + \frac{\overset{3}{3}}{4} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{10+9}{12} = \frac{19}{12}$$

$$\text{π.χ. } \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{\overset{2}{2}}{3} - \frac{\overset{3}{1}}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$$

- Για να αφαιρέσουμε ή να προσθέσουμε τη μονάδα σε ένα κλάσμα μετατρέπουμε τη μονάδα σε ομώνυμο κλάσμα, βάζοντας παρονομαστή ίσο με τον αριθμητή και μετά αφαιρούμε ή προσθέτουμε τους αριθμητές τους αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.

$$\blacksquare 1 + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\beta} \quad \text{π.χ. } 1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4+3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\blacksquare 1 - \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta - \alpha}{\beta} \quad \text{π.χ. } 1 - \frac{2}{7} = \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{7-2}{7} = \frac{5}{7}$$

- Για να αφαιρέσουμε ή να προσθέσουμε έναν φυσικό αριθμό σε ένα κλάσμα μετατρέπουμε τον φυσικό αριθμό σε κλάσμα, βάζοντας τον αριθμό αυτόν ως αριθμητή και τη μονάδα παρονομαστή και μετά κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα.

$$\text{π.χ. } 2 + \frac{2}{3} = \frac{2}{1} + \frac{2}{3} = \frac{\overset{3}{2}}{1} + \frac{\overset{1}{1}}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\text{π.χ. } \frac{19}{4} - 4 = \frac{19}{4} - \frac{4}{1} = \frac{\overset{1}{19}}{4} - \frac{\overset{4}{4}}{1} = \frac{19}{4} - \frac{16}{4} = \frac{19-16}{4} = \frac{3}{4}$$

Παραδείγματα

$$\blacksquare \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\blacksquare \frac{6}{5} - \frac{4}{5} = \frac{6-4}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\blacksquare 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{1} - \frac{9}{4} = \frac{\overset{4}{3}}{1} - \frac{\overset{1}{9}}{4} = \frac{12}{4} - \frac{9}{4} = \frac{12-9}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2} = \frac{\overset{2}{4}}{3} - \frac{\overset{3}{1}}{2} = \frac{8}{6} - \frac{3}{6} = \frac{8-3}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{\overset{2}{2}}{3} - \frac{\overset{3}{1}}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\cdot \frac{3}{5} + \frac{9}{10} = \frac{\overset{2}{3}}{5} + \frac{\overset{1}{9}}{10} = \frac{6}{10} + \frac{9}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$\cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{\overset{2}{4}}{3} - \frac{\overset{3}{1}}{2}\right) + \left(\frac{\overset{2}{2}}{3} - \frac{\overset{3}{1}}{2}\right) = \left(\frac{8}{6} - \frac{3}{6}\right) + \left(\frac{4}{6} - \frac{3}{6}\right) = \left(\frac{8-3}{6}\right) + \left(\frac{4-3}{6}\right) =$$

$$= \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{\overset{1}{3}}{4} - \frac{\overset{2}{1}}{2}\right) + \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{4-1}{4}\right) = \left(\frac{3-2}{4}\right) + \frac{3}{4} =$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

- Οι απλοποιήσεις στα κλάσματα (όπου μπορούν να γίνουν) είναι πολύ σημαντικές, ειδικά όταν προσθέτουμε ή αφαιρούμε κλάσματα με πολύ μεγάλους όρους.

$$\cdot \frac{42}{56} + \frac{5}{60} + \frac{11}{66} = \frac{3}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{\overset{3}{3}}{4} + \frac{\overset{1}{1}}{12} + \frac{\overset{2}{2}}{6} = \frac{9}{12} + \frac{1}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9+1+2}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

:14 :5 :11

:14 :5 :11

$$\cdot \frac{16}{96} + \frac{49}{98} + \frac{33}{99} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{\overset{1}{1}}{6} + \frac{\overset{3}{3}}{2} + \frac{\overset{2}{2}}{3} = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1+3+2}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

:16 :49 :33

:16 :49 :33

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad \frac{15}{30} + \frac{12}{48} + \frac{9}{27} - \frac{2}{24} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \stackrel{6}{=} \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{3} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6+3+4-1}{12} = \\ &= \frac{13-1}{12} = \frac{12}{12} = 1 \end{aligned}$$

$\frac{15}{30} \stackrel{:5}{=} \frac{1}{2}$, $\frac{12}{48} \stackrel{:12}{=} \frac{1}{4}$, $\frac{9}{27} \stackrel{:9}{=} \frac{1}{3}$ και $\frac{2}{24} \stackrel{:2}{=} \frac{1}{12}$

Ασκήσεις

3. Να υπολογίσετε τις παρακάτω προσθέσεις / αφαιρέσεις :

(i) $\frac{6}{7} + \frac{1}{7} =$ (ii) $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} =$ (iii) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} =$ (iv) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} =$ (v) $1 - \frac{5}{6} =$

(v) $1 + \frac{1}{4} =$ (vi) $\frac{3}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) =$ (vii) $\left(1 + \frac{1}{4}\right) - \left(1 - \frac{1}{2}\right) =$ (viii) $1 + \frac{13}{26} =$

(ix) $\frac{27}{36} + \frac{7}{28} =$ (x) $3 - \frac{42}{70} =$ (xi) $\frac{18}{54} + \frac{25}{60} + \frac{17}{68} =$

(xii) $\frac{25}{30} + \frac{17}{34} - \frac{12}{36} =$ (xiii) $\left(1 + \frac{15}{60}\right) + \left(\frac{33}{66} + \frac{16}{64}\right) =$

Μάθημα Α.2.5 «Πολλαπλασιασμός Κλασμάτων» (σελίδα 48)

- Το γινόμενο δύο κλασμάτων είναι το κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

$$\blacksquare \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta} \quad \text{π.χ.} \quad \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{20}{21}$$

- Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού επί ένα κλάσμα είναι το κλάσμα με αριθμητή το γινόμενο του αριθμητή επί τον φυσικό αριθμό και με τον ίδιο παρονομαστή.

$$\blacksquare \lambda \cdot \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \lambda = \frac{\lambda \cdot \alpha}{\beta} \quad \text{π.χ.} \quad 3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5} \quad \text{ή} \quad \frac{4}{5} \cdot 3 = \frac{4 \cdot 3}{5} = \frac{12}{5}$$

- Δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφοι όταν έχουν γινόμενο 1.

$$\blacksquare \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = 1 \Rightarrow \text{τα κλάσματα } \frac{\gamma}{\delta} \text{ και } \frac{\delta}{\gamma} \text{ είναι αντίστροφα.}$$

$$\text{π.χ.} \quad \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 5} = \frac{20}{20} = 1, \text{ τα κλάσματα } \frac{5}{4} \text{ και } \frac{4}{5} \text{ είναι αντίστροφα.}$$

$$\blacksquare \alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1 \Rightarrow \text{ο αντίστροφος του } \alpha \text{ είναι ο } \frac{1}{\alpha} \text{ και ανάποδα.}$$

$$\text{π.χ.} \quad 3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 1}{3} = \frac{3}{3} = 1, \text{ ο αντίστροφος του } 3 \text{ είναι ο } \frac{1}{3} \text{ και ανάποδα.}$$

- Ο μοναδικός αριθμός που ισούται με τον αντίστροφό του είναι το 1.

$$\blacksquare 1 \cdot 1 = 1$$

- Ισχύουν όλες οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των φυσικών αριθμών στα κλάσματα.

Παραδείγματα

$$\blacksquare \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 7} = \frac{15}{28}$$

$$\blacksquare \frac{5}{8} \cdot \frac{9}{7} = \frac{5 \cdot 9}{8 \cdot 7} = \frac{45}{56}$$

$$\blacksquare 4 \cdot \frac{3}{13} = \frac{4 \cdot 3}{13} = \frac{12}{13}$$

$$\blacksquare \frac{4}{21} \cdot 5 = \frac{4 \cdot 5}{21} = \frac{20}{21}$$

$$\blacksquare \frac{12}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{36}{35}$$

$$\blacksquare \frac{5}{13} \cdot \frac{11}{4} = \frac{5 \cdot 11}{13 \cdot 4} = \frac{55}{52}$$

$$\blacksquare \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{6} = \frac{6 \cdot 7}{7 \cdot 6} = \frac{42}{42} = 1$$

$$\blacksquare \frac{5}{8} \cdot \frac{16}{10} = \frac{5 \cdot 16}{8 \cdot 10} = \frac{80}{80} = 1$$

$$\blacksquare 5 \cdot \frac{1}{5} = \frac{5 \cdot 1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\blacksquare \frac{1}{8} \cdot 8 = \frac{1 \cdot 8}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

---► Προσοχή στις απλοποιήσεις των κλασμάτων ◀---

$$\blacksquare \frac{9}{20} \cdot \frac{7}{3} = \frac{9 \cdot 7}{20 \cdot 3} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \cdot 7}{20 \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{3 \cdot 7}{20 \cdot 1} = \frac{21}{20}$$

$$\blacksquare \frac{6}{5} \cdot \frac{20}{3} = \frac{6 \cdot 20}{5 \cdot 3} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}} \cdot \overset{4}{\cancel{20}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{8}{1} = 8$$

$$\blacksquare \frac{27}{21} \cdot \frac{7}{9} = \frac{27 \cdot 7}{21 \cdot 9} = \frac{\overset{3}{\cancel{27}} \cdot \overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{21}} \cdot \underset{1}{\cancel{9}}} = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{3}{3} = 1$$

⇒ τα κλάσματα $\frac{27}{21}$ και $\frac{7}{9}$ είναι αντίστροφα

$$\blacksquare \frac{8}{5} \cdot \frac{25}{32} = \frac{8 \cdot 25}{5 \cdot 32} = \frac{\overset{1}{\cancel{8}} \cdot \overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{4}{\cancel{32}}} = \frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{5}{4}$$

► Γινόμενο με πολλούς παράγοντες

$$\blacksquare \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 4}{3 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 28}{15 \cdot 3} = \frac{56}{45}$$

$$\blacksquare \frac{15}{4} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{14}{5} = \frac{15 \cdot 8 \cdot 14}{4 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{\overset{2}{\cancel{15}} \cdot \overset{2}{\cancel{8}} \cdot \overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{1}{\cancel{4}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{1 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{12}{1} = 12$$

$$\blacksquare \frac{28}{8} \cdot \frac{24}{27} \cdot \frac{9}{7} = \frac{28 \cdot 24 \cdot 9}{8 \cdot 27 \cdot 7} = \frac{\overset{3}{\cancel{28}} \cdot \overset{3}{\cancel{24}} \cdot \overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{8}} \cdot \underset{3}{\cancel{27}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{4 \cdot \cancel{3} \cdot 1}{1 \cdot \cancel{3} \cdot 1} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\blacksquare 3 \cdot \frac{5}{24} \cdot \frac{16}{14} \cdot \frac{21}{15} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 16 \cdot 21}{24 \cdot 14 \cdot 15} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{2}{\cancel{5}} \cdot \overset{2}{\cancel{16}} \cdot \overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{3}{\cancel{24}} \cdot \underset{2}{\cancel{14}} \cdot \underset{3}{\cancel{15}}} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{\cancel{3} \cdot 1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}} = \frac{3}{3} = 1$$

► Συνδιαστικά παραδείγματα (γινόμενα παραστάσεων πρόσθεσης και αφαίρεσης) :

$$\blacksquare \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1}{2} = \frac{9}{8} + \frac{1}{2} = \frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\cancel{8}} + \frac{\overset{4}{\cancel{1}}}{\cancel{2}} = \frac{9}{8} + \frac{4}{8} = \frac{9+4}{8} = \frac{13}{8}$$

$$\blacksquare \frac{3}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{3}{2} + \frac{3}{8} = \frac{\overset{4}{\cancel{3}}}{\cancel{2}} + \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{8}} = \frac{12}{8} + \frac{3}{8} = \frac{12+3}{8} = \frac{15}{8}$$

$$\blacksquare \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{4}} + \frac{\overset{2}{\cancel{1}}}{\cancel{2}} \right) = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4} \right) = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3+2}{4} \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{15}{8}$$

$$\blacksquare \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3} \right) = \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{\overset{3}{\cancel{5}}}{\cancel{4}} - \frac{\overset{4}{\cancel{2}}}{\cancel{3}} \right) = \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{15}{12} - \frac{8}{12} \right) = \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{15-8}{12} \right) = \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{12} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 12} = \frac{35}{36}$$

$$\blacksquare \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) = \left(\frac{\overset{3}{\cancel{1}}}{\cancel{2}} + \frac{\overset{2}{\cancel{2}}}{\cancel{3}} \right) \cdot \left(\frac{\overset{3}{\cancel{3}}}{\cancel{4}} - \frac{\overset{4}{\cancel{2}}}{\cancel{3}} \right) = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6} \right) \cdot \left(\frac{9}{12} - \frac{8}{12} \right) = \left(\frac{3+4}{6} \right) \cdot \left(\frac{9-8}{12} \right) =$$

$$= \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{12} = \frac{7 \cdot 1}{6 \cdot 12} = \frac{7}{72}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad & \left(\frac{9}{2}+3\right) \cdot \left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{9}{2}+\frac{3}{1}\right) \cdot \left(\frac{\frac{3}{4}-\frac{5}{2}}{5-\frac{5}{3}}\right) = \left(\frac{\frac{1}{9}+\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{1}}\right) \cdot \left(\frac{12-10}{15-15}\right) = \left(\frac{9}{2}+\frac{6}{2}\right) \cdot \left(\frac{12-10}{15}\right) = \\ & = \left(\frac{9+6}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{15}\right) = \left(\frac{15}{2}\right) \cdot \frac{2}{15} = \frac{15}{2} \cdot \frac{2}{15} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad & \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right) \cdot \left(1+\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{\frac{3}{1}+\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}+\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{2+1}{2}\right) = \left(\frac{3+1}{6}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = \\ & = \left(\frac{4}{6}\right) \cdot \frac{3}{2} = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4 \cdot 3}{6 \cdot 2} = \frac{12}{12} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad & \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{\frac{3}{1}+\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}\right) + \left(\frac{\frac{1}{5}-\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}-\frac{1}{3}}\right) = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\right) + \left(\frac{5}{6}-\frac{2}{6}\right) = \\ & = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{3+2}{6}\right) + \left(\frac{5-2}{6}\right) = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{5}{6}\right) + \left(\frac{3}{6}\right) = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} + \frac{3}{6} = \\ & = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{5}^1}{\cancel{5} \cdot \cancel{6}_2} + \frac{\cancel{3}}{\cancel{6}_2} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad & \left(\frac{18}{24}-\frac{24}{36}\right) \cdot 36 - \frac{24}{14} \cdot \left(\frac{28}{42}+\frac{17}{34}\right) = \left(\frac{\frac{3}{18}-\frac{2}{24}}{\frac{24}{4}-\frac{36}{3}}\right) \cdot 36 - \frac{\frac{12}{24}}{\frac{14}{7}} \cdot \left(\frac{\frac{2}{28}+\frac{1}{34}}{\frac{42}{3}+\frac{34}{2}}\right) = \\ & = \left(\frac{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}}\right) \cdot 36 - \frac{12}{7} \cdot \left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{\frac{3}{3}-\frac{2}{2}}{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}}\right) \cdot 36 - \frac{12}{7} \cdot \left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right) = \\ & = \left(\frac{9}{12}-\frac{8}{12}\right) \cdot 36 - \frac{12}{7} \cdot \left(\frac{4}{6}+\frac{3}{6}\right) = \left(\frac{9-8}{12}\right) \cdot 36 - \frac{12}{7} \cdot \left(\frac{4+3}{6}\right) = \\ & = \frac{1}{12} \cdot 36 - \frac{12}{7} \cdot \frac{7}{6} = \frac{1 \cdot 36}{12} - \frac{12 \cdot 7}{7 \cdot 6} = \frac{\cancel{36}^3}{\cancel{12}_1} - \frac{\cancel{12}^2 \cdot \cancel{7}^1}{\cancel{7} \cdot \cancel{6}_1} = \frac{3}{1} - \frac{2}{1} = 3 - 2 = 1 \end{aligned}$$

Ασκήσεις

4.

(i) $\frac{7}{8} \cdot \frac{16}{21} + \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{15} =$

(ii) $\frac{21}{20} \cdot \frac{10}{7} + \frac{20}{18} \cdot \frac{9}{4} =$

(iii) $\left(\frac{5}{3} - \frac{7}{9}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) =$

(iv) $\left(\frac{7}{8} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{3}{5}\right) =$

(v) $\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) =$

(vi) $\left(\frac{7}{6} - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{12}{6} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) =$

(vii) $\left(\frac{8}{9} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{14} + \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5} =$

(viii) $\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot 6 - 8 \cdot \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{2}\right) =$

(ix) $\left(\frac{25}{30} - \frac{16}{32}\right) + \left(1 - \frac{17}{34}\right) =$

(x) $\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) - \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right)\right] \cdot \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) =$

(xi) $\left(\frac{48}{72} + \frac{40}{80} - \frac{13}{78}\right) \cdot \left(\frac{50}{100} + \frac{15}{90}\right) + \left(\frac{35}{70} - \frac{12}{72}\right) \cdot \left(\frac{21}{28} + \frac{9}{54} + \frac{5}{60}\right) =$